Теорія виробництва

Виробничі функції

Загальні виробничі витрати фірми за певний період часу можна охарактеризувати за допомогою $\boldsymbol{m}$-вимірного вектора витрат $\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{x_1, \ldots, x_m})^{\boldsymbol{T}}$, де $\boldsymbol{x_i}$ відображає кількість витрат $\boldsymbol{i}$-го виробничого фактора. В припущенні, що всі витрати можуть неперервно змінюватися, простір витрат X, який складається з усіх можливих векторів витрат, можна вважати невід'ємним ортантом $\boldsymbol{R}_+^m$ m-вимірного простору $\boldsymbol{R}^m$. За виробничою технологією фірми кожній точці x простору витрат $\boldsymbol{X}$ відповідає єдиний максимальний випуск продукції $\boldsymbol{q}$ при використанні цих витрат. Технологічний зв'язок між випуском продукції $\boldsymbol{q}$, що вимірюється в деяких одиницях, та виробничими витратами $\boldsymbol{x}$ характеризується *виробничою функцією F*, яка ставить у відповідність кожному вектору витрат $\boldsymbol{x}$ максимальну кількість випуску продукції $\boldsymbol{q = F(x) = F(x_1, x_2, \ldots, x_m)}$. За означенням $\boldsymbol{F}$ відображає $\boldsymbol{X}$ в $\boldsymbol{R}_+$, бо $\boldsymbol{q \geq 0}$.

При використанні виробничих функцій вважається, що вони повинні задовольняти певним умовам (аксіомам), які відображають основні економічні закономірності виробництва.

Аксіома А1 відсутності рогу достатку стверджує, що для нульового вектора витрат $0 \in \boldsymbol{R}_+^m$ відповідний випуск $\boldsymbol{F(0)}$ продукції є нульовим: $\boldsymbol{F(0) = 0}$.

Іноді ця аксіома вживається у підсиленому варіанті, коли вважається, що простір витрат не є надлишковим, і туди входять тільки необхідні у комплекті для випуску даної продукції види витрат. Тоді для векторів витрат, які належать до межі $\partial X = \{\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}_+^m : \exists$ хоча б одна координата $\boldsymbol{x_i}$, що $\boldsymbol{x_i = 0}\}$, має місце рівність: $\boldsymbol{F(x) = 0,\ x \in \partial X}$. Тобто, ця аксіома означає, що не витрачаючи необхідних у комплекті для випуску продукції виробничих факторів $i = 1, \ldots, m$, не можливо забезпечити додатний її випуск.

Аксіома А2 монотонності стверджує, що існує підмножина $\boldsymbol{E}$ простору витрат $\boldsymbol{X}$, яка називається *економічною областю*, в якій збільшення будь-якого виду витрат не призводить до зменшення випуску продукції, тобто з того, що $\boldsymbol{x^1, x^2 \in E}$ і $\boldsymbol{x^1 \geq x^2}$ випливає, що $\boldsymbol{F(x^1) \geq F(x^2)}$.

Аксіома А3 угнутості стверджує, що існує *особлива область D*, котра є опуклою підмножиною економічної області $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{D \subset E}$ для якої звуження виробничої функції $\boldsymbol{F(x)}$, $\boldsymbol{x \in D}$, є угнутою (опуклою вгору) функцією. Ця аксіома відображає економічний *закон спадної віддачі (спадної доходності)*, коли поступово витрати економічного фактора одного виду додаються до встановлених обсягів інших витрат факторів, то в решті решт досягається особлива область, де прирощення продуктивності спадає.

При моделюванні виробництва звичайно вважається, що виробнича функція $\boldsymbol{F}$ є двічі неперервно диференційованою за сукупністю аргументів. Тоді

$$\boldsymbol{\frac{dF(x)}{dx}} = \left(\boldsymbol{\frac{\partial F(x)}{\partial x_i}}\right)_1^{\boldsymbol{m}} = \boldsymbol{MP(x)} \tag{1}$$

інтерпретується як *граничний продукт* $\boldsymbol{MP(x)}$, а частинні похідні

$$\boldsymbol{\frac{\partial F(x)}{\partial x_i}} = \boldsymbol{MP_i(x)}, \qquad \boldsymbol{i = 1, \ldots, m} \tag{2}$$

називаються *граничними продуктами факторів* або *частинними граничними продуктами*. На мові граничних продуктів (1), (2) аксіома монотонності ***A2*** означає, що в економічній області $E \subset X$

$$MP(x) = (MP_i(x))_1^m \geq 0, \tag{3}$$

і, отже, $E = \{x \in X, MP(x) \geq 0\}$.

Аксіома угнутості ***A3*** підсилюється до вимоги ***A3.1*** від'ємної визначеності матриці Гессе виробничої функції $\ddot{F}(x)$:

$$\frac{d^2F(x)}{dx^2} = \ddot{F}(x) = \left(\frac{\partial^2 F(x)}{\partial x_i \partial x_j}\right)_{i,j=1}^{m} < 0 \tag{4}$$

для всіх x з особливої області D.

Таким чином, при аксіомі ***A3.1***: $D = \{x \in E: \ddot{F}(x) < 0\}$.

З (4) випливає *закон спадної віддачі*:

$$\frac{\partial^2 F(x)}{\partial x_i^2} = \frac{\partial}{\partial x_i}(MP_i(x)) < 0, \qquad i = 1, \dots, m. \tag{5}$$

Ізокванта – це крива, яка показує всі можливі комбінації ресурсів, які дозволяють отримати певний фіксований обсяг продукції q_0:

$$IQ(q^0) = \{x \in X: F(x) = q^0\}.$$

За допомогою виробничої функції можна побудувати *криві продукції*. Якщо $\bar{x}(x_i)$ – вектор витрат, в якому зафіксовані всі компоненти, крім i-ої, $x_j = \bar{x}_j$, $i \neq j$, то *крива продукції для витрат* i-го типу P_i, *крива середнього* i-го *продукту* AP_i та *крива* i-го *граничного продукту* MP_i визначаються, відповідно, рівностями:

$$P_i(x_i) = F(\bar{x}(x_i)), \qquad AP_i = \frac{F(\bar{x}(x_i))}{x_i} = \frac{P_i(x_i)}{x_i},$$

$$MP_i(x_i) = \frac{dP_i(x_i)}{dx_i} = \frac{\partial F(\bar{x}(x_i))}{\partial x_i}, \qquad x_i \geq 0.$$

Перша рівність показує залежність випуску від витрат i-го типу при незмінних інших витратах (це так званий *сукупний продукт* i-го фактора). Друга рівність характеризує випуск продукції, що вироблена в розрахунку на одиницю витрат i-го виду (*продуктивність* i-го фактора), третя – додатковий дохід, який отриманий при використанні додаткової кількості витрат i-го типу.

Еластичність випуску та можливості заміщення

Припустимо, що у певній точці простору витрат X всі витрати збільшуються у масштабі α, $\alpha > 1$, приймаючи значення $\alpha x = (\alpha x_1, \dots, \alpha x_m)$. Виробництво характеризується *сталим доходом від розширення масштабу*, якщо випуск продукції зростає в тій самій пропорції, що й витрати:

$$F(\alpha x) = \alpha F(x), \qquad \alpha > 1.$$

Аналогічно, виробництво характеризується *зростаючим (спадним) доходом від розширення масштабу*, якщо його виробнича функція зростає більшою (меншою) мірою, ніж усі витрати:

$$F(\alpha x) > \alpha F(x), \qquad (F(\alpha x) < \alpha F(x)), \qquad \alpha > 1.$$

Можливості заміщення характеризують технологічний процес виробництва, а, отже, і функцію $\boldsymbol{F}$ з боку різних комбінацій витрат факторів, що породжують однакові умови випуску. *Гранична норма технологічного заміщення* $\boldsymbol{j}$-го ресурсу $\boldsymbol{i}$-им – $\boldsymbol{MRTS_{ij}}$ – визначається розміром $\boldsymbol{j}$-го ресурсу, який може замінити кожна одиниця $\boldsymbol{i}$-го ресурсу, не викликаючи при цьому зміни обсягів виробництва:

$$\boldsymbol{MRTS_{ij}} = -\frac{\Delta x_j}{\Delta x_i}. \tag{1}$$

Локальною характеристикою заміщення між витратами $\boldsymbol{x_i}$ та $\boldsymbol{x_j}$, коли всі інші витрати залишаються постійними в точці $\boldsymbol{x}$ з $\boldsymbol{D}$, є так звана *еластичність заміщення* $\boldsymbol{\sigma_{ij}(x)}$ між витратами $\boldsymbol{i}$ та $\boldsymbol{j}$, яка визначається рівністю:

$$\boldsymbol{\sigma_{ij}(x)} = -\frac{d\ln(x_i/x_j)}{d\ln(MP_i(x)/MP_j(x))}, \qquad \boldsymbol{i, j = 1, \ldots, m}. \tag{2}$$

Виробництво і вартість

Для визначення зв'язку між обсягом виробництва продукції та вартістю її виробництва попередньо проаналізуємо зв'язок між обсягами затрат виробничих факторів x та вартістю виробництва. Таких зв'язок у довгостроковому періоді показує *функція сукупної вартості виробництва*, яка відображає сумарну вартість усіх використаних факторів виробництва і має вигляд:

$$\boldsymbol{TC = c(x) = (w, x) = \sum_{i=1}^{m} w_i x_i}, \tag{1}$$

де $\boldsymbol{TC}$ – сукупна вартість виробництва, $\boldsymbol{w = (w_1, w_2, \ldots, w_m)}$, $\boldsymbol{w_i}$ – ціна $\boldsymbol{i}$-го виробничого фактору, причому ціни факторів виробництва розглядаються як незмінні, незалежно від обсягів використання ресурсів. Якщо, наприклад, $\boldsymbol{m} = 2$, а $\boldsymbol{TC}$ зафіксувати на певному рівні $\boldsymbol{TC_0}$, тоді в системі координат $\boldsymbol{(x_i, x_j)}$ можна зобразити пряму, всі точки якої відповідають різним варіантам сполучень факторів виробництва однакової вартості $\boldsymbol{TC_0}$. Така пряма постійних видатків має назву **ізокоста**, або лінія незмінної вартості. Нахил ізокости дорівнює, очевидно, $\boldsymbol{(-w_j/w_i)}$ і визначає *норму заміщення* фактору $\boldsymbol{x_i}$ однією додатковою одиницею фактору $\boldsymbol{x_j}$ за умов незмінної сукупної вартості.

Вартість у короткостроковому періоді. У короткостроковому періоді лише частина факторів є змінною. Тому функція вартості виробництва (1) для короткострокового періоду матиме вигляд:

$$\boldsymbol{TC = c(q) = FC + VC(q)}, \tag{2}$$

де $\boldsymbol{FC}$ – фіксована вартість, що не залежить від обсягу випуску, а $\boldsymbol{VC(q)}$ – змінна вартість. На відміну від (1), функція вартості (2) створює зв'язок між обсягом випуску $\boldsymbol{q}$ та мінімально можливою змінною (а не сукупною) вартістю виробництва при певному фіксованому рівні $\boldsymbol{FC}$. Вартість виробництва аналізується також з використанням середніх і граничних показників.

Середня сукупна вартість (AC) – це вартість виробництва одиниці продукції:

$$\boldsymbol{AC = \frac{TC(q)}{q}}.$$

Відповідно визначаються показники *середньої змінної вартості* ($\boldsymbol{AVC}$) та *середньої фіксованої вартості* ($\boldsymbol{AFC}$):

$$\boldsymbol{AVC = \frac{VC}{q}}, \qquad \boldsymbol{AFC = \frac{FC}{q}}.$$

Гранична вартість (***MC***) визначається як величина зміни загальної вартості внаслідок зміни обсягу випуску на одиницю:

$$MC = \frac{\Delta TC}{\Delta q}.$$

Для неперервної та диференційованої функції вартості (2) граничну вартість, очевидно, можна визначити як похідну:

$$MC = \frac{dc(q)}{dq} = \frac{dVC(q)}{dq}.$$

Крива ***MC*** проходить через точку мінімуму кривої ***AC***.

Вартість у довгостроковому періоді. У довгостроковому періоді можуть змінюватися обсяги використання всіх факторів, тому в складі сукупної вартості не можна вирізнити фіксовану і змінну вартості. *Довгострокова середня вартість* (***LRAC***) визначається як вартість виробництва одиниці продукції у довгостроковому періоді:

$$LRAC = \frac{LRC}{q}.$$

Довгострокова гранична вартість (***LRMC***) визначається аналогічно показнику ***MC*** як вартість виробництва однієї додаткової одиниці ***q***:

$$LRMC = \frac{\Delta LRC}{\Delta q}.$$

Крива ***LRMC*** закономірно проходить через точку мінімуму кривої ***LRAC***.

Економія на масштабі має місце, якщо при збільшенні випуску вартість виробництва одиниці продукції у довгостроковому періоді зменшується. Якщо ж при збільшенні випуску у довгостроковому періоді вартість виробництва одиниці продукції зростає, то виникають *витрати на масштабі*. Слід підкреслити, що такі витрати та економію розглядають лише в довгостроковому періоді та за умови незмінних цін факторів. На відміну від ефектів масштабу, які розглядались при *незмінних пропорціях* використання факторів економія та витрати на масштабі аналізуються в умовах *змінних пропорцій* факторів для дослідження економічної ефективності використання ресурсів у вартісних показниках. Зокрема, можна стверджувати, що наявність позитивного ефекту масштабу означає і економію на масштабі, тоді як зворотне твердження в загальному випадку не є вірним.

Умови повної конкуренції

Виробники товарів та послуг пропонують свої товари на ринках відповідної продукції, де вони взаємодіють з іншими виробниками аналогічної продукції та із споживачами. Умови взаємодії учасників та ціноутворення на ринках залежать від *ринкової структури*, яка визначається певним набором характеристик.

Повна, або *досконала конкуренція* – це такий тип ринкової структури, для якого:

1) частка кожного постачальника і споживача в загальному обсязі ринкової продукції є незначною, ніхто не домінує на ринку;
2) продукція однорідна;
3) учасники можуть вільно входити на ринок та виходити з нього;
4) постачальники не взаємодіють один з одним, так само як і споживачі (їхня поведінка не є стратегічною);
5) всі учасники повністю проінформовані для визначення своєї поведінки на ринку.

Конкурентна фірма будь-який можливий обсяг свого випуску може продати за ціною ринкової рівноваги P_E, інакше кажучи, ціна попиту на продукцію окремої конкурентної фірми є сталою для різних обсягів q. Тобто, попит на продукцію конкурентної фірми є абсолютно еластичним, а відповідна крива попиту є горизонтальною лінією, що відповідає ціні P_E.

Фірма в результаті продажу своєї продукції на ринку отримує певну *виручку*. *Сукупна виручка (доход)* – це сума грошей, яку отримає фірма після продажу своєї продукції на ринку:

$$R = R(q) = Pq. \tag{1}$$

Ще раз підкреслимо, що ціна в цьому разі є сталою, отже, $R(q)$ є лінійною функцією відносно обсягу q.

Гранична виручка – це зміна загальної виручки внаслідок продажу додаткової одиниці продукції:

$$MR = \Delta R(q)/\Delta q,$$

або

$$MR = dR(q)/dq = P. \tag{2}$$

Прибуток π будь-якої фірми утворюється як різниця між доходом від продажу продукції та її вартістю для виробника:

$$\pi = R - TC.$$

Умова незбитковості конкурентної фірми в короткостроковому періоді досягається, якщо

$$P = min\ AC. \tag{3}$$

Умова закриття фірми в короткостроковому періоді означає, що виручка не може компенсувати навіть фіксовану вартість *FC*, тобто фірмі варто вийти з галузі за цін $P < min\ AVC$. Точка, в якій виконується умова $P = min\ AVC$, має назву *точки закриття*.

У довгостроковому періоді *умова незбитковості та умова закриття* одночасно визначається таким співвідношенням:

$$P = min\ LRAC = LRMC. \tag{4}$$

Оптимальна поведінка фірми

Теорія оптимальної поведінки фірми за певний (відносно невеликий) період часу полягає в максимізації свого прибутку при заданій виробничій функції, заданих ціні випуску продукції та цінах факторів виробництва $w = (w_i)_{i = 1, m}$. Тобто, фірма може регулювати свій попит на кількість факторів $x = (x_i)_{i = 1, m}$, а також пропозицію продукції $q = F(x)$.

В цих умовах дохід фірми та її загальні витрати задаються виразами $R = p \cdot q = p \cdot F(x)$, $TC = \sum_{i=1}^{m} w_i x_i = (w, x)$, і, отже, прибуток фірми $\pi(x)$ має вигляд $\pi(x) = p \cdot F(x) - (w, x)$.

Розв’язуючи довгострокову задачу відносно можливості придбання ресурсів, фірма може використовувати будь-який вектор з простору витрат. Тому така задача фірми має вигляд:

$$\pi(x) = p \cdot F(x) - (w, x) \to max, \qquad x \in R_+^m. \tag{1}$$

Розв’язок задачі, очевидно, залежатиме від $(m + 1)$-го параметра: p та $w_1, \ldots, w_m$.

Нагадаємо, що для виробничої функції характерним є припущення про те, що вона є двічі неперевно диференційована і задовольняє аксіоми, по які йшлося раніше. Тобто, граничний продукт є невід’ємним,

$$MP(x) = \frac{dF(x)}{dx} = \left(\frac{\partial F(x)}{\partial x_i}\right)_1^m \geq 0, \qquad x \in E,$$

а матриця Гессе

$$\ddot{F}(x) = \left(\frac{\partial^2 F(x)}{\partial x_i \partial x_j}\right)_1^m, \qquad x \in D,$$

є від'ємно визначеною.

При цих припущеннях в умовах довгостроковості необхідними умовами оптимальності прибутку фірми в задачі (1) є такі умови:

$$pMP_i(x) = p\frac{\partial F(x)}{\partial x_i} = w_i, \qquad \text{коли} \quad x_i > 0,\ i = 1, \ldots, m, \tag{2}$$

де $pMP_i(x)$ є вартістю i-го граничного продукту в точці x, тобто вартістю додаткового випуску, що одержується при використанні витрат i-го виду.

Отже, *оптимальні умови першого порядку* матимуть вигляд:

$$p\frac{dF(x^*)}{dx} = pMP(x^*) = w^T, \tag{3}$$

тобто вартість граничних продуктів дорівнює платі за витрати одиниці факторів виробництва, або

$$\frac{MP_1(x^*)}{w_1} = \frac{MP_2(x^*)}{w_2} = \ldots = \frac{MP_m(x^*)}{w_m} = \frac{1}{p} \; - \tag{4}$$

закон оптимального виробництва.

Точка x^* з особливої області D простору витрат, де $\ddot{F}(x)$ є від'ємно визначеною, і яка задовольняє рівняння (3), є єдиним розв'язком задачі фірми для довгострокового періоду, оскільки вона задовольняє необхідні умови оптимальності першого порядку та достатні умови оптимальності другого порядку, що виконуються автоматично.

Розглянемо ситуацію, коли ціна p на продукцію фірми може змінюватися у деякому проміжку $P = [p_1, p_2]$, а вектор цін на фактори виробництва може змінюватися у деякій області W в R_+^m. Тоді оптимальні рівні витрат факторів x_i^* можуть бути виражені як функції $(m + 1)$-го аргументу $p, w_1, \ldots, w_m$:

$$x_i^* = \xi_i(p, w_1, \ldots, w_m), \qquad i = 1, \ldots, m, \tag{5}$$

або

$$x^* = \xi(p, w).$$

Такі функції $\xi(p, w)$ мають назву *функції попиту на витрати* (факторів виробництва) для фірми.

Функції попиту на ресурси $\xi(p, w)$ є однорідними нульового степеня, тобто

$$\xi(\alpha p, \alpha w) = \xi(p, w) \qquad \text{для всіх } \alpha > 0. \tag{6}$$

Підставляючи функції попиту $\xi(p, w)$ у виробничу функцію F, отримаємо обсяг випуску продукції як функцію цін продукції та факторів виробництва:

$$q^* = F(x^*) = F(\xi(p, w)) = Q(p, w). \tag{7}$$

Функція Q, яка визначається рівністю (7), називається *функцією пропозиції випуску*. Оскільки функція $\xi(p, w)$ є однорідною нульового степеня, то для функції пропозиції випуску $Q(p, w)$ також має місце така властивість:

$$Q(\alpha p, \alpha w) = Q(p, w) \qquad \text{для всіх } \alpha > 0. \tag{8}$$

Фірма в умовах монополії та монопсонії

Раніше ми виходили з припущення про *досконалу конкуренцію*. На практиці така ситуація зустрічається не так часто, тобто, має місце *недосконала конкуренція*. До найпростіших (з огляду на можливості їх аналізу) різновидів недосконалої конкуренції відносяться *монополія* та *монопсонія*.

Монополія – це тип ринкової структури, коли лише одна фірма пропонує весь ринковий обсяг блага, для якого не існує близьких замінників. Практично монополією звуться також ринки, де монополіст виробляє, наприклад, 80 % галузевого обсягу, а 20 % постачатимуть дрібні виробники; також може бути послаблена умова щодо відсутності замінників. Фірма володіє деякою *монополістичною владою*, якщо вона здатна чинити вплив на ціну продукції. Чистий монополіст має абсолютну ринкову владу, його здатність впливати на ціну обмежує лише попит споживачів. Тому фірма-монополіст є *ціноутворювачем*, на відміну від конкурентної фірми – *ціноодержувача*.

Фірма-монополіст має можливість впливати на ціну продукції шляхом варіювання обсягів випуску своєї продукції, для якої криву попиту можна записати як функцію вигляду $p = p(q)$. Ця функція характеризує ціну, яку фірма може призначити за різних умов пропозиції продукції. Фірма-монополіст може дотримуватися різних політик. Одна політика полягає у збільшенні виробництва та пропозиції продукції разом з деяким пониженням ціни на неї, а протилежна політика полягає у впливі на підвищення ціни продукції разом із зменшенням її випуску та пропозиції. Третя політика може полягати у певному чергуванні перших двох. Дотримання будь-якої з вищезгаданих політик означає для функції $p = p(q)$, що виконується умова:

$$\frac{dp}{dq} < 0. \tag{1}$$

Валовий дохід R фірми-монополіста є функцією від випуску q вигляду $R(q) = p(q)q$, а граничний дохід MR є характеристикою зміни валового доходу від зміни випуску продукції:

$$MR(q) = \frac{dR(q)}{dq} = p(q) + \frac{dp(q)}{dq}q. \tag{2}$$

Враховуючи характерну для монополіста умову (1), маємо, що у випадку монополії граничний дохід є меншим за ціну: $MR(q) < p(q)$.

Аналітичний зв’язок між ціновою еластичністю попиту, ціною попиту та граничним доходом можна встановити, якщо використати співвідношення (2), а також визначенням цінової еластичності попиту:

$$E_D = \frac{dq}{dp}\cdot\frac{p}{q}, \qquad \text{або} \qquad \frac{dp}{dq} = \frac{p}{qE_D}.$$

Враховуючи останнє співвідношення, з (2) матимемо:

$$MR = p + q\frac{p}{qE_D} = p(1 + \frac{1}{E_D}). \tag{3}$$

Такий зв’язок дає змогу монополістові визначати наслідки підвищення чи зниження ціни продукції і, відповідно, зміни обсягів випуску щодо обсягів виручки. Очевидно, що монополістові буде невигідно виробляти продукцію в обсягах, які відповідають нееластичному попиту.

Монопсонія дає владу чинити вплив на ціни факторів виробництва (тобто, це є монополія на ринку виробничих факторів, або монопольне володіння всім обсягом пропозиції окремого ресурсу). *Монопсоніст* може вплинути на ціну факторів виробництва, користуючись тим, що він здійснює закупівлю факторів у досить значних розмірах, шляхом варіювання обсягів закупок тих чи інших видів факторів. Таким чином, для монопсоніста ціни на фактори є функціями від попиту на ці фактори: $w_i = w_i(x_i)$, $i = 1, \ldots, m$. Ці функції характеризують плату фірми за витрати при різних рівнях попиту на них. Взагалі фірма може закупати більшу кількість даного фактора виробництва, запропонувавши більш високу плату за нього, або ж вплинути на зменшення ціни на фактор, скоротивши попит на нього. Таким чином, для монопсоніста є характерним таке співвідношення:

$$\frac{dw_i}{dx_i} > 0. \tag{4}$$

Оскільки вартість витрат i-го виду можна представити у вигляді $C_i(x_i) = w_i(x_i)x_i$, а гранична вартість витрат i-го виду відображає зміни у вартості цих витрат:

$$MC_i(x_i) = \frac{dC_i(x_i)}{dx_i} = w_i + \frac{dw_i}{dx_i}x_i, \tag{5}$$

то внаслідок властивості (4) у випадку монопсонії гранична вартість витрат перевищує їх оплату: $MC_i(x_i) > w_i$.

Враховуючи все вищесказане, можна сформулювати задачу фірми, яка випускає досить значну кількість продукції даного типу, займаючи значний сегмент ринку подібної продукції, та разом з тим використовуючи і досить значну кількість необхідних для подібного виробництва виробничих факторів. Для такої фірми задача оптимальної поведінки полягає у максимізації прибутку шляхом варіювання випуску q та витрат факторів $x_1, \ldots, x_m$ за умови їх взаємозалежності через виробничу функцію:

$$\pi(q, x) = p(q)\cdot q - \sum_{i=1}^{m} w_i(x_i)x_i \to \max, \qquad q = F(x_1, \ldots, x_m). \tag{6}$$

Вводячи множник Лагранжа λ та функцію Лагранжа L задачі (6)

$$L(q, x_1, \ldots, x_m, \lambda) = p(q)\cdot q - \sum_{i=1}^{m} w_i(x_i)x_i + \lambda(F(x_1, \ldots, x_m) - q)$$

можна записати необхідні умови оптимальності першого порядку для задачі (6) у вигляді рівнянь:

$$\frac{\partial L}{\partial q} = p(q) + \frac{dp(q)}{dq}q - \lambda = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = -\left(w_i(x_i) + \frac{dw_i}{dx_i}x_i\right) + \lambda\frac{\partial F}{\partial x_i} = 0, \qquad i = 1, \ldots, m,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = F(x_1, \ldots, x_m) - q = 0.$$

Таким чином, необхідні умови оптимальності матимуть вигляд:

$$\lambda = p + \frac{dp}{dq}q = MR(q), \tag{7}$$

$$\lambda\frac{\partial F}{\partial x_i} = w_i + \frac{dw_i}{dx_i}x_i = MC_i(x_i), i = 1, \ldots, m, \tag{8}$$

$$F(x_1, \ldots, x_m) = q. \tag{9}$$

Поєднуючи умови (7) та (8), маємо співвідношення:

$$\lambda\frac{\partial F}{\partial x_i} = MR(q)\cdot MP_i(x) = w_i + \frac{dw_i}{dx_i}x_i = MC_i(x_i), \qquad i = 1, \ldots, m.$$

Таким чином, для визначення m видів витрат та випуску для фірми в умовах вищеописаної недосконалої конкуренції маємо $(m + 1)$-у умову:

$$MR(q^*)\cdot MP_i(x_1^*, \ldots, x_m^*) = MC_i(x_i^*), \quad i = 1, \ldots, m,$$
$$q^* = F(x_1^*, \ldots, x_m^*),$$

де граничний дохід MR та граничні видатки MC_i визначаються рівностями (2) та (5).

Враховуючи, що для всіх i, $i = 1, \ldots, m$, виконується:

$$\frac{MC_i(x_i^*)}{MP_i(x_1^*, \ldots, x_m^*)} = \frac{\partial C_i / \partial x_i}{\partial F / \partial x_i} = \frac{\partial C / \partial x_i}{\partial q / \partial x_i} = \frac{\partial C}{\partial q} = MC(q),$$

то можемо переписати *умови оптимальності для фірми-монополіста* у вигляді

$$MR(q^*) = MC(q^*), \qquad F(x^*) = q^*. \tag{10}$$

Отже, для монополіста після знаходження оптимального обсягу q^* в результаті розв’язку рівнянь (10), треба визначити оптимальну ціну p^*. Для цього слід скористатися оберненою функцією попиту, з якої матимемо:

$$p^* = p(q^*), \tag{11}$$

тобто визначена ціна та обсяг (p^*, q^*), які максимізують прибуток монополіста π^*.

Ціноутворення за формулами (10) та (11) визначає точні умови максимізації прибутку фірми-монополіста. Але на практиці монополісти користується принципом ціноутворення *“вартість плюс”* – ціна встановлюється на рівні граничної вартості MC плюс певна надбавка ΔC. З урахуванням співвідношень (3) та (10) матимемо:

$$MC = MR = p\left(1 + \frac{1}{E_D}\right),$$

звідки

$$p = \frac{MC}{1 + \dfrac{1}{E_D}}, \tag{12}$$

тобто ціна дійсно встановлюється вищою за рівень MC (оскільки, як відомо, $E_D < 0$; у випадку $E_D = -1$ формула (12) не застосовується). З (12), зокрема, випливає, що чим більш еластичним є попит, тим меншою буде надбавка ΔC.

Монополістична конкуренція

Більшість реально існуючих галузей організовані як суміш повної конкуренції та чистої монополії, що утворює монополістичну конкуренцію та олігополію.

Монополістична конкуренція – це такий *тип ринкової структури*, де:

1) на ринку діє багато продавців і покупців, частка кожного з них в обсягах ринкових продажів не є значною;
2) продукція різних виробників неоднорідна (диференційована);
3) вхід на ринок і вихід з нього є вільними;
4) виробники не взаємодіють між собою;
5) існує повна поінформованість щодо ринкових цін, обсягів та попиту покупців.

Зауважимо, що якщо для чистої конкуренції на ринку необхідно мати сотні або й тисячі фірм, то для монополістичної конкуренції досить 30, 50 чи 70 фірм.

Суттєвою характеристикою монополістичної конкуренції є *диференціація продукції* при досить значній кількості постачальників і майже необмежених можливостях входження у галузь нових фірм. Ця диференціація ґрунтується як на реальних, так і на удаваних відмінностях. Реальні відмінності досягаються за рахунок:

а) *якості товару*;

б) *поглиблення післяпродажного обслуговування*;

в) *місця продажу товару*;

г) *стимулювання збуту*.

Проте диференціація товару часом ґрунтується на удаваних відмінностях. Найчастіше на них спрямована активна рекламна політика фірми. Цьому також підпорядковане використання відомих торгових знаків або торгових марок.

Завдяки диференціації споживачі здатні розрізнити на ринку продукцію різних фірм, отже, попит на продукцію окремої фірми вже не є абсолютно еластичним, хоча й залишається високоеластичним. Це означає, що фірми мають певну ринкову владу і можуть варіювати ціни (дуже обмежено) без ризику втратити всіх покупців. Типовим прикладом монополістичної конкуренції є ринки безалкогольних напоїв, виробів побутової хімії, ліків.

Крива попиту на продукцію окремої фірми має традиційний нахил униз, хоча вона і близька до горизонтальної абсолютно еластичної лінії, як це має місце у випадку повної конкуренції. Крива ***MR*** проходить нижче кривої ***D*** (так само, як і у випадку монополії).

Задача максимізації прибутку розв'язується аналітично подібно до випадку монополії: спочатку з використанням *правила граничного випуску*, $MR = MC$, знаходимо оптимальний випуск q_{MK}, а потім з використанням оберненої функції попиту знаходимо ціну:

$$P_{MK} = p(q_{MK}). \tag{1}$$

Точка $E(p_{MK}, q_{MK})$ на лінії попиту ***D*** є станом *короткострокової рівноваги монополістична конкурентної фірми* (якщо $P \geq AVC$). Фірма може отримувати економічний прибуток, якщо $P_{MK} > AC_{MK}$. Можлива ситуація і збитків, якщо $P_{MK} < AC_{MK}$. *Умови беззбитковості і закриття* є такими самими, як і для повної конкуренції.

У довгостроковому періоді виникає ситуація, відмінна від випадків монополії і повної конкуренції.

Необхідна умова максимізації прибутку довгострокового періоду,

$$MR_{MK} = LRMC, \tag{2}$$

дозволяє знайти обсяг q_{MK}. Тоді стан *довгострокової рівноваги монополістична конкурентної фірми* визначається точкою $E(p_{MK}, q_{MK})$ на кривій попиту D_{MK} і кривій довгострокової середньої вартості ***LRAC.*** Ціна в довгостроковому періоді задовольняє умові

$$P_{MK} = p(q_{MK}) = LRAC. \tag{3}$$

Тобто, економічний прибуток у довгостроковому періоді дорівнює нулеві (що є симптомом конкурентного ринку), а це відрізняє монополістичну конкуренцію від монополії. Монополістична конкуренція через відкритість галузі для входження нових фірм не дає можливості отримувати економічний прибуток у довгостроковому періоді – спрацьовує конкурентний механізм.

На відміну від повної конкуренції, при монополістичній конкуренції не досягається ефективний обсяг випуску q_C, який характеризується умовою $MR_{MK} = LRMC = \min LRAC$. Монополістично конкурентна ціна P_{MK} перевищує конкурентну ефективну ціну P_C, тобто

$$P_{MK} > P_C = \min LRAC. \tag{4}$$

Отже, рідкісних ресурсів у випадку монополістичної конкуренції витрачається більше, ніж при повній конкуренції (а це симптом монопольного ринку).

Одним із пояснень нижчої ефективності цієї ринкової структури є те, що монополістично конкурентні фірми мають додаткові видатки на диференціацію продукції та її рекламу, що збільшує вартість виробництва, скорочує обсяги і веде до підвищення цін. Це своєрідна плата суспільства за повніше задоволення смаків споживачів та за інформування їх щодо переваг окремих товарів або послуг на ринку неоднорідної продукції.

Олігополія та олігопсонія

Більшість реально існуючих галузей організовані як суміш повної конкуренції та чистої монополії, що утворює монополістичну конкуренцію та олігополію.

Важливим випадком недосконалої конкуренції є *конкуренція серед небагатьох.* Вона визначається як ринкова конкуренція та механізм, коли на ринку діє невелика кількість фірм. Визначальною властивістю конкуренції серед небагатьох є той факт, що всі конкуруючі фірми можуть в тій чи іншій мірі впливати на ціни продукції та виробничих факторів. Таким чином, прибутки кожної фірми залежать від політики всіх інших конкуруючих фірм. Отже, щоб визначити оптимальну політику, яка націлена на максимізацію прибутку, кожна фірма повинна врахувати не лише свій прямий вплив на ринки товарів та послуг (продукції) і ресурсів (факторів), але також і непрямий вплив – через взаємодію своїх конкурентів. Тобто, ще однією суттєвою відмінністю такого типу ринкової структури є стратегічна поведінка продавців. Ринкова структура, коли на ринку продукції пропозиції небагатьох фірм заповнюють весь ринок і декілька з цих фірм займають значні частки ринку, називається *олігополією*. Фірма-олігополіст повинна розробляти стратегію своїх дій на ринку з урахуванням потенційних зустрічних дій своїх конкурентів. Подібна ж ситуація на ринку ресурсів, коли попит на певні ресурси розподілений серед небагатьох фірм, ряд яких займають значні частки попиту, називається *олігопсонією.*

Частинним випадком олігополії є *дуополія* – олігополія з двома учасниками. Стратегічна поведінка в умовах дуополії може розроблятися на основі суперництва або змови учасників. Суперництво може полягати у визначенні цін у залежності від прогнозованої ціни конкурента, або у визначенні обсягів у залежності від прогнозованих обсягів випуску конкурента. Суперництво в цінах призводить до так званих *цінових війн*.

Перейдемо до формалізації поведінки фірм в умовах дуополії. Нехай дві конкуруючі фірми виробляють однотипну продукцію, використовуючи технологічні процеси, які відображаються їх виробничими функціями:

$$\boldsymbol{q_j = F_j(x_1^j, \ldots, x_m^j), \qquad j = 1, 2,} \tag{1}$$

де $\boldsymbol{q_j}$ – випуск $\boldsymbol{j}$-ої фірми, а $\boldsymbol{x^j = (x_i^j)_1^m}$ – її витрати. Тоді ціни на продукцію визначаються обома рівнями випуску $\boldsymbol{p = p(q_1, q_2)}$. Наприклад, якщо обидва випуски зростуть, то ціна буде спадати: $\dfrac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial \boldsymbol{q}_1} < \mathbf{0}$, $\dfrac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial \boldsymbol{q}_2} < \mathbf{0}$. Ціна будь-якого виду витрат буде залежати від їх закупки обома фірмами, тобто $\boldsymbol{w_i = w_i(x_i^1, x_i^2)}$, $\boldsymbol{i = 1, 2, \ldots, m}$. Наприклад, коли фірми збільшують попит на витрати i-го виду, то ціна на них збільшується:

$$\frac{\partial \boldsymbol{w_i}}{\partial \boldsymbol{x_i^1}} > \mathbf{0}, \qquad \frac{\partial \boldsymbol{w_i}}{\partial \boldsymbol{x_i^2}} > \mathbf{0}, \qquad \boldsymbol{i = 1, 2, \ldots, m.}$$

Якщо вважати першу фірму оперуючою стороною, дії другої фірми – неконтрольованими факторами для оперуючої сторони, а також прийняти за критерій ефективності дії першої фірми її функцію прибутку π_1, то задача першої фірми полягає у знаходженні стратегії (q_1, $x_1^1, \ldots, x_m^1$), яка по можливості максимізує прибуток

$$\pi_1 = p(q_1, q_2)q_1 - \sum_{i=1}^{m} w_i(x_i^1, x_i^2)x_i^1 \tag{2}$$

за умов (1). Функція Лагранжа L подібної екстремальної задачі має вигляд:

$$L = \pi_1 + \lambda(F_1(x^1) - q_1), \tag{3}$$

де λ – відповідний множник Лагранжа. Тоді умови екстремуму першого порядку матимуть вигляд:

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = p(q_1, q_2) + q_1\frac{\partial p}{\partial q_1} + q_1\frac{\partial p}{\partial q_2}\cdot\frac{\partial q_2}{\partial q_1} - \lambda = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_i^1} = -w_i - x_i^1\frac{\partial w_i}{\partial x_i^1} - x_i^1\frac{\partial w_i}{\partial x_i^2}\cdot\frac{\partial x_i^2}{\partial x_i^1} + \lambda\frac{\partial F_1}{\partial x_i^1} = 0, \qquad i = 1, 2, \ldots, m, \tag{4}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = F_1(x^1) - q_1 = 0.$$

Виключаючи з рівнянь (4) множник λ, можна отримати $(m + 1)$-у умову екстремуму:

$$[p + q_1(\frac{\partial p}{\partial q_1} + \frac{\partial p}{\partial q_2}\cdot\frac{\partial q_2}{\partial q_1})]\frac{\partial F_1}{\partial x_i^1} =$$

$$= w_i + x_i^1(\frac{\partial w_i}{\partial x_i^1} + \frac{\partial w_i}{\partial x_i^2}\cdot\frac{\partial x_i^2}{\partial x_i^1}), \quad i = 1, 2, \ldots, m, \tag{5}$$

$$F_1(x^1) = q_1.$$

Екстремальна задача, яка розглядається, є задачею багатокритеріальної оптимізації, тому що критерій (2) залежить від стратегії (q_2, $x_1^2, \ldots, x_m^2$) другої фірми. Вирази

$$\frac{\partial q_2}{\partial q_1}, \qquad \frac{\partial x_i^2}{\partial x_i^1}, \qquad i = 1, 2, \ldots, m, \tag{6}$$

які входять в умови (5), називаються *гаданими варіаціями*, тому що перша фірма при розгляді своєї задачі повинна зробити деякі припущення щодо поведінки конкурента та його реакцію на обрану нею політику, а, отже, і на поведінку виразів (6), перший з яких показує зміни у випуску другої фірми відносно змін q_1, а другий – у витратах відносно змін відповідних витрат першої фірми.

Подальший аналіз повинен залежати від різних припущень про поведінку виразів (6), кожне з яких веде до окремого аналізу конкурентної ситуації. Розглянемо деякі з подібних альтернатив для найпростіших випадків, коли товар, який виробляється, є однорідним, граничні видатки є постійними, а функція попиту є лінійною, тобто $p = a - b(q_1 + q_2)$, $a > 0$, $b > 0$; функції видатків мають вигляд: $C_i = cq_i + d$, $c > 0$, $d > 0$, $i = 1, 2$, де c – граничні видатки, а d – фіксовані видатки. Тоді перша фірма має прибуток:

$$\pi_1 = (a - b(q_1 + q_2))q_1 - cq_1 - d, \tag{7}$$

котрий вона прагне максимізувати шляхом вибору свого випуску q_1. Умова екстремуму першого порядку для (7) має вигляд:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = (a - b(q_1 + q_2)) - bq_1\left(1 + \frac{\partial q_2}{\partial q_1}\right) - c = 0. \tag{8}$$

Аналіз *дуополії Курно* базується на припущенні про те, що гадані варіації $\frac{\partial q_2}{\partial q_1}$ та $\frac{\partial q_1}{\partial q_2}$ є нульовими, тобто кожний з дуополістів вважає, що зміни в його випуску продукції не вливають на конкурента. Тоді *рівновага Курно* – це пара рівней випуску (q_1, q_2), яка задовольняє умови:

$$\left.\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1}\right|_{\frac{\partial q_2}{\partial q_1} = 0} = 0, \qquad \left.\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2}\right|_{\frac{\partial q_1}{\partial q_2} = 0} = 0. \tag{9}$$

Враховуючи (8), умови (9) набувають вигляду:

$$a - b(q_1 + q_2) - bq_i - c = 0, \qquad i = 1, 2,$$

звідки *рівновага Курно* задається рівностями

$$q_1 = q_2 = \frac{a - c}{3b}, \qquad p = \frac{a + 2c}{3}, \qquad q = \frac{2(a - c)}{3b}. \tag{10}$$

Подібний результат можна поширити на довільну кількість фірм f. Рівновага Курно (10) для цієї ситуації має такий вигляд:

$$q_j = \frac{a - c}{(f + 1)b}, \qquad j = 1, 2, \ldots, f,$$

$$p = \frac{a + fc}{f + 1}, q = \frac{f}{f + 1} \cdot \frac{(a - c)}{b}. \tag{11}$$

Коли кількість фірм f необмежено зростає, то рівновага Курно прямує до рівноваги в умовах досконалої конкуренції: при $f \to \infty$ q_j прямують до нуля, а ціни p прямують до сталої c, яка є граничними видатками.

При більш складному аналізі припускаються ненульові гадані варіації. Прикладом такого аналізу є аналіз *дуополії Стекельберга*, коли одна або дві фірми вважають, що конкурент буде поводити себе як дуополіст Курно. Припустимо, що перша фірма вважає, що друга фірма буде реагувати згідно функції реакції Курно, тобто

$$q_2 = \frac{a - c - bq_1}{2b}. \tag{12}$$

Тоді гадана варіація $\frac{\partial q_2}{\partial q_1} = -\frac{1}{2}$, і, використовуючи (8), маємо, що

$$a - b(q_1 + q_2) - bq_1 - c + \frac{bq_1}{2} = 0,$$

звідки реакція першої фірми на (12) буде

$$q_1 = \frac{2(a - c - bq_2)}{3b}.$$

Отже, результати для обох фірм залежать від поведінки іншої фірми. Якщо друга фірма вибирає реакцію Курно, як вважає перша фірма, то рішенням є *рівновага Стекельберга* для першої фірми:

$$q_1 = \frac{a-c}{2b}, \qquad q_2 = \frac{a-c}{4b}.$$

Але коли друга фірма не використовує реакцію Курно, а діє згідно реакції Стекельберга, коли кожна фірма невірно вважає, що інша використовує наївне припущення Курно, то маємо *нерівновагу Стекельберга:*

$$q_1 = q_2 = \frac{2(a-c)}{5b},$$

де фірми отримують менший прибуток, ніж за рівновагою Курно.

Задачі

Задача 1.

Відомо, що ціна праці складає 100 гр. од., а середній продукт дорівнює 10. Чому дорівнюють середні змінні видатки?

Розв'язок:

Середні змінні видатки i-го продукту $AVC_i = w_i \cdot \frac{x_i}{q}$, w_i – ціна i-го фактору. Оскільки середній продукт $AP_i = \frac{q}{x_i}$, то $AVC_L = w_L \cdot \frac{1}{AP_L} = 100 \cdot \frac{1}{10} = 10$ гр. од.

Задача 2.

Коли фірма збільшує використання ресурсу x_1, який зайнятий у виробництві, з **120** до **150** одн., а використання ресурсу x_2 – від **500** до **625** одн., розширюючи при цьому випуск продукції з **200** до **220**, то який ефект від розширення масштабу має місце в цьому випадку?

Розв'язок:

Знайдемо, у скільки разів збільшується використання ресурсів:

$$\begin{array}{l} x = (120;500), \\ x' = \alpha x = (150;625). \end{array} \Rightarrow \alpha = \frac{x'}{x} = \frac{150}{120} = \frac{625}{500} = 1{,}25 \text{ рази.}$$

А виробництво, у свою чергу, збільшиться:

$$\begin{array}{l} q = 200, \\ q' = \beta q = 220. \end{array} \Rightarrow \beta = \frac{q'}{q} = \frac{220}{200} = 1{,}1 \text{ рази.}$$

Отже, бачимо, що $1{,}1 = \beta < \alpha = 1{,}25$ – маємо спадний ефект від розширення масштабу.

Задача 3.

Шляхом безпосереднього обчислення знайти еластичності виробництва ε і заміщення σ для виробничої функції CES.

Розв'язок:

ВФ CES: $F(x_1, x_2) = l_0\left(l_1 x_1^{-\beta} + l_2 x_2^{-\beta}\right)^{-\frac{h}{\beta}}$.

$$F'_{x_1} = -\frac{h}{\beta} l_0 (-\beta) l_1 x_1^{-\beta-1}\left(l_1 x_1^{-\beta} + l_2 x_2^{-\beta}\right)^{-\frac{h}{\beta}-1} = h l_0 l_1 x_1^{-(\beta+1)}\left(l_1 x_1^{-\beta} + l_2 x_2^{-\beta}\right)^{\frac{-(h+\beta)}{\beta}},$$

$$F'_{x_2} = -\frac{h}{\beta} l_0 (-\beta) l_2 x_2^{-\beta-1}\left(l_1 x_1^{-\beta} + l_2 x_2^{-\beta}\right)^{-\frac{h}{\beta}-1} = h l_0 l_2 x_2^{-(\beta+1)}\left(l_1 x_1^{-\beta} + l_2 x_2^{-\beta}\right)^{\frac{-(h+\beta)}{\beta}}.$$

$$\varepsilon_1 = \frac{x_1 \cdot F'_{x_1}}{F(x)} = \frac{hl_1 x_1^{-\beta}}{\left(l_1 x_1^{-\beta} + l_2 x_2^{-\beta}\right)},$$

$$\varepsilon_2 = \frac{x_2 \cdot F'_{x_2}}{F(x)} = \frac{hl_2 x_2^{-\beta}}{\left(l_1 x_1^{-\beta} + l_2 x_2^{-\beta}\right)}.$$

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = h,$$

$$\sigma_{12} = \frac{-d\ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right)}{d\ln\left(\frac{l_1}{l_2}\cdot\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{-(\beta+1)}\right)} = \frac{-d\ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right)}{d\left(\ln\frac{l_1}{l_2} - (\beta+1)\ln\frac{x_1}{x_2}\right)} = \frac{1}{\beta+1}. \qquad \sigma_{12} = \frac{1}{1+\beta}.$$

Задача 4.

У таблиці є дані про загальні видатки фірми у довгостроковому періоді.

Обсягів виробництва	Загальні видатки
0	0
1	32
2	48
3	82
4	140
5	228
6	352

1) За якого обсягів випуску продукції фірма має позитивний ефект від масштабу? Негативний ефект?
2) Яким буде мінімальний ефективний масштаб виробництва у цій фірмі?

а) Визначити величину довгострокових середніх та граничних видатків.

б) Побудувати криві цих видатків.

в) За якого обсягу виробництва довгострокові граничні видатки дорівнюватимуть довгостроковим середнім видаткам?

г) За якого обсягу виробництва довгострокові середні видатки виявляться мінімальними?

Розв’язок:

1) Очевидно, що у випадку, коли $q < 2$, маємо позитивний ефект:

$\frac{q_2}{q_1} = \frac{2}{1} = 2$, $\frac{TC_2}{TC_1} = \frac{48}{32} = 1{,}5 = \alpha$. Отже, $F(\alpha x) = 2F(x) > 1{,}5F(x) = \alpha F(x)$.

При $q > 2$ – маємо негативний ефект:

$\frac{q_3}{q_2} = \frac{3}{2} = 1{,}5$, $\frac{TC_3}{TC_2} = \frac{82}{48} = 1{,}71 = \alpha$. Отже, $F(\alpha x) = 1{,}5F(x) < 1{,}71F(x) = \alpha F(x)$.

$\frac{q_4}{q_3} = \frac{4}{3} = 1{,}33$, $\frac{TC_4}{TC_3} = \frac{140}{82} = 1{,}71 = \alpha$. Отже, $F(\alpha x) = 1{,}33F(x) < 1{,}71F(x)$.

І так далі.

2) Очевидно, що мінімальним ефективним масштабом виробництва буде $q = 2$, оскільки після цього обсягу випуску маємо негативний ефект від збільшення масштабу виробництва.

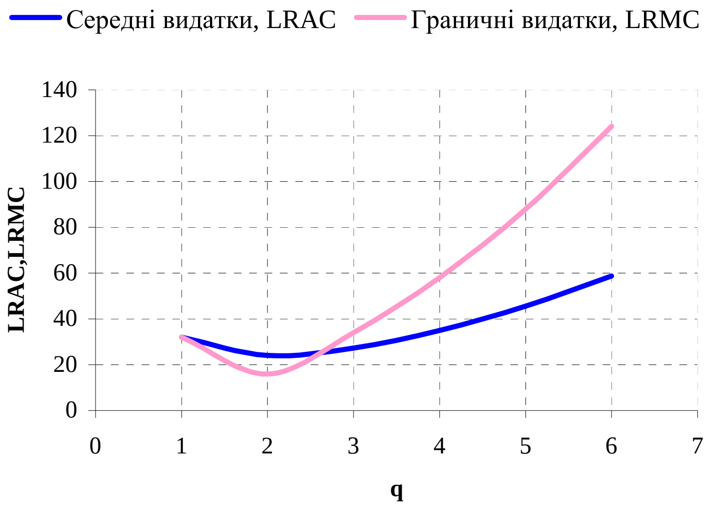
а) Заповнимо таку таблицю:

обсягів виробництва, q	Середні видатки, $LRAC$	Граничні видатки, $LRMC$
0	-	
1	32/1=32	32-0=32
2	48/2=24	48-32=16
3	82/3=27,3	82-48=34
4	140/4=35	140-82=58
5	228/5=45,6	228-140=88
6	352/6=58,7	352-228=124

в) $LRMC$ має перетин з $LRAC$ в точці мінімуму (див. малюнок).

г) Шукаємо обсяги виробництва у точці $q^* = 2$ $LRAC_{\min} = 24$.

б)



Задача 5.

Показати, що ВФ CES $F(x) = l_0\left(\alpha x_1^{-\beta} + (1-\alpha)x_2^{-\beta}\right)^{-\frac{h}{\beta}}$ прямує до виробничої функції Кобба-Дугласа при $\beta \to 0$.

Розв'язок:

Прологарифмуємо виробничу функцію CES:

$$\ln l_0\left(\alpha x_1^{-\beta} + (1-\alpha)x_2^{-\beta}\right)^{-\frac{h}{\beta}} = \ln l_0 - \frac{h}{\beta}\ln\left(\alpha x_1^{-\beta} + (1-\alpha)x_2^{-\beta}\right).$$

$\lim\limits_{\beta\to 0} -\frac{h}{\beta}\ln\left(\alpha x_1^{-\beta} + (1-\alpha)x_2^{-\beta}\right) = \frac{0}{0}$ – (невизначеність типу $\frac{0}{0}$). Скористаємось правилом Лопіталя:

$$-\frac{h(-1)\left(\alpha x_1^{-\beta}\ln x_1 + (1-\alpha)x_2^{-\beta}\ln x_2\right)}{\left(\alpha x_1^{-\beta} + (1-\beta)x_2^{-\beta}\right)\cdot 1} = h\frac{\left(\alpha x_1^{-\beta}\ln x_1 + (1-\alpha)x_2^{-\beta}\ln x_2\right)}{\left(\alpha x_1^{-\beta} + (1-\beta)x_2^{-\beta}\right)} \underset{\beta\to 0}{\to}$$

$$\underset{\beta\to 0}{\to} h\frac{\alpha\ln x_1 + (1-\alpha)\ln x_2}{1} = \ln x_1^{\alpha h}x_2^{h(1-\alpha)}.$$

Якщо взяти експоненту від отриманої границі, то отримаємо:

$l_0 x_1^{h\alpha}x_2^{h(1-\alpha)} \to$ ВФ Кобба-Дугласа.

Задача 6.

За наведеними даними обчислити ринкову ціну, змінні, сукупний та середні витрати, а також визначити, що повинна робити фірма – збільшити чи зменшити випуск продукції, або закритися? $q = 1000$, $TR = 5000$, $FC = 1500$, $AVC = 5{,}5$, $MC = 5$.

Розв'язок:

Дохід $TR = pq \Rightarrow p = TR/q = 5$. Оскільки $p = MC$, то ми маємо справу з конкурентною фірмою.

$AVC = \frac{VC}{q} = 5{,}5 \Rightarrow VC = 5500$ – змінні витрати.

Сукупні витрати: $TC = 5\,500 + 1\,500 = 7\,000$.

Середні витрати $AC = \frac{TC}{q} = \frac{7000}{1000} = 7$.

Перевіримо, чи виконується умова незбитковості: $TC - TR \le FC$.

Отже, $TC - TR = 7000 - 5000 = 2000 > 1500 = FC$. Оскільки умова незбитковості не виконується, то фірмі не має сенсу працювати в даній сфері, а краще припинити свої видатки.

Задача 7.

Сукупні видатки фірми, що діє на конкурентному ринку, дорівнюють $TC = 15q^2 + 10q + 60$. Знайти:

1) Всі види видатків.
2) Яку кількість товару в довгостроковому періоді буде виробляти фірма, яка максимізує прибуток?
3) Функцію пропозиції фірми.

Розв'язок:

1) Фірма характеризується такими видатками:

Середні витрати $AC = \frac{TC}{q} = 15q + 10 + 60/q$.

Граничні витрати $MC = \frac{dTC}{dq} = 30q + 10$.

Фінансови витрати $FC = 60$ (не залежить від q).

Звичайні витрати $VC = 15q^2 + 10q$ (залежить від q)

Середні змінні витрати $AVC = \frac{VC}{q} = 15q + 10$.

Середні фіксовані витрати $AFC = \frac{FC}{q} = \frac{60}{q}$.

2) Довгострокова рівновага фірми характеризується умовою:

$AC = MC$, звідки $30q + 10 = 15q + 10 + \frac{60}{q} \Rightarrow 15q - \frac{60}{q} = 0 \Rightarrow q^2 = 4$. Отже, $q^* = 2$.

3) Функція пропозиції фірми виражається рівністю ринкової ціни товару і граничних видатків:

$p = MC$, звідки $p = 30q + 10 \Rightarrow Q_s$.

Задача 8.

Фірма, максимізуючи свій прибуток, прагне досягти рівня випуску продукції $q = 2x_1^{1/2} x_2^{1/6}$. Постійні витрати фірми – FC. Визначити:

1) Функцію пропозиції продукції, яку виробляє фірма і функції попиту фірми на ресурси.
2) Змінні, загальні та середні витрати фірми.
3) Область збитковості та прибутковості.
4) Рівняння ізокванти та ізокости, які проходять через точку виробничої рівноваги.

Розв'язок:

1) $\pi(x,q) = TR - TC = pq - w_1 x_1 - w_2 x_2 - FC \to \max,$

$$q = 2x_1^{1/2} x_2^{1/6}.$$

Будуємо функцію Лагранжа:

$$L(x_1, x_2, q, \lambda) = pq - w_1 x_1 - w_2 x_2 - FC + \lambda\left(2x_1^{1/2} x_2^{1/6} - q\right) \to \max,$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial q} = p - \lambda = 0, \\ \dfrac{\partial L}{\partial x_1} = -w_1 + \lambda \dfrac{1}{2} 2x_1^{-1/2} x_2^{1/6} = 0, \\ \dfrac{\partial L}{\partial x_2} = -w_2 + \lambda \dfrac{1}{6} 2x_1^{1/2} x_2^{-5/6} = 0, \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = 2x_1^{1/2} x_2^{1/6} - q = 0. \end{cases} \Rightarrow \quad \begin{aligned} & p = \lambda, \\ & x_1 = \frac{pq}{2w_1}, \\ & x_2 = \frac{pq}{6w_2}. \end{aligned} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = 2\left(\frac{pq}{2w_1}\right)^{1/2}\left(\frac{pq}{6w_2}\right)^{1/6} \Rightarrow q^* = \frac{2}{\sqrt{3}} p^2 w_1^{-3/2} w_2^{-1/2}$$ – фукція пропозиції.

$$x_1^* = \frac{pq^*}{2w_1} = \frac{1}{\sqrt{3}} p^3 w_1^{-5/3} w_2^{-1/2},$$

$$x_2^* = \frac{pq^*}{6w_2} = \frac{1}{3\sqrt{3}} p^3 w_1^{-3/2} w_2^{-3/2}.$$

– функції попиту на ресурси.

2) $TC = C(q) = VC + FC = w_1 x_1 + w_2 x_2 + FC = \dfrac{pq}{2} + \dfrac{pq}{6} + FC = \dfrac{2}{3} pq + FC,$

$$AC = \frac{C(q)}{q} = \frac{2}{3} p + \frac{FC}{q}, \qquad VC = \frac{2}{3} pq.$$

3) $\pi(q) = R(q) - C(q) = pq - \dfrac{2}{3} pq - FC = \dfrac{1}{3} pq - FC.$

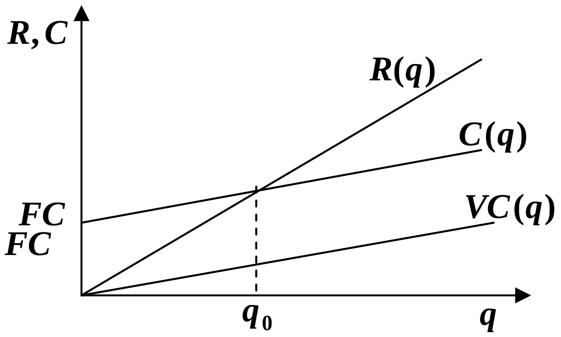
Область прибутковості: $\pi(q) > 0 \Rightarrow q_0 > \dfrac{3FC}{p}$

область збитковості, відповідно, при $\pi(q) < 0 \Rightarrow q_0 < \dfrac{3FC}{p}$ (див. малюнок).

4) Рівняння ізокванти, яка проходить через точку виробничої рівноваги:

$$2x_1^{1/2}x_2^{1/6}=q^* \Rightarrow x_1^{1/2}x_2^{1/6}=\frac{1}{\sqrt{3}}p^2w_1^{-3/2}w_2^{-1/2}$$

$$\Rightarrow x_2=\frac{1}{3\sqrt{3}}p^{12}x_1^{-3}w_1^{-9}w_2^{-3} -$$ рівняння ізокванти.



Рівняння ізокости, що проходить через точку виробничої рівноваги:

$$w_1x_1+w_2x_2+FC=TC(q^*)=\frac{2}{3}pq^*+FC$$

$$\Rightarrow$$

$$\Rightarrow w_1x_1+w_2x_2=\frac{4}{3\sqrt{3}}p^3w_1^{-3/2}w_2^{-1/2}$$

$$\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_2=\frac{4}{3\sqrt{3}}p^3w_1^{-3/2}w_2^{-3/2}-\frac{w_1}{w_2}x_1 -$$ рівняння ізокости.

Задача 9.

На ринку діють дві фірми, які виробляють однотипну продукцію. Нехай загальні витрати кожної з фірм мають вигляд: $TC_1(q_1)=10+2q_1$, $TC_2(q_2)=q_2^2$. Ринковий попит на продукцію визначається рівнянням $p=\frac{1}{3}(100-q_1-q_2)$. Знайти параметри рівноваги ринку за умови Курно.

Розв'язок:

$$\pi_1(q_1)=TR_1(q_1)-TC_1(q_1)\to \max,$$

$$\pi_2(q_2)=TR_2(q_2)-TC_2(q_2)\to \max.$$

Умови оптимальності:

$$MR_1(q_1)=MC_1(q_1)$$

$$MR_2(q_2)=MC_2(q_2)$$

Отже,

$$TR_1(q_1)=pq_1=\frac{1}{3}(100-q_1-q_2)q_1,$$

$$TR_2(q_2)=pq_2=\frac{1}{3}(100-q_1-q_2)q_2.$$

Маємо систему (з умов оптимальності):

$$\begin{cases}\frac{1}{3}(100-2q_1-q_2)=2,\\ \frac{1}{3}(100-q_1-2q_2)=2q_2.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2q_1+q_2=94,\\ q_1+8q_2=100.\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}q_1^*\approx 43{,}7;\\ q_2^*\approx 7{,}1.\end{cases}$$

$$p^*=\frac{1}{3}(100-43{,}7-7{,}1)=16{,}4.$$

Задача 10.

Фірма-монополіст виробляє товар за умов попиту $Q_d = 10 - P$. Її сукупні витрати виробництва складають $C = 4q$. Які чисті втрати суспільства від монополії на даному ринку?

Розв'язок:

Чисті втрати суспільства від монополії (або "мертвий вантаж" монополії) на ринку визначаються як різниця між потенційно можливим за даних умов випуском продукції та реальним збутом монополіста. Ця величина втрачається як для споживачів, так і для виробника-монополіста, тому вона називається "чисті втрати", тобто недовироблена монополістом продукція у чистому вигляді. Потенційно можливий випуск продукції визначається умовами вільної конкуренції: $p = MC$.

Граничні витрати: $MC = C' = 4 = 10 - q. \Rightarrow q^*_{конк} = 6,\ p^*_{конк} = 4$ – випуск і ціна за умов повної конкуренції.

За умов монополії рівновага досягається, коли $MC = MR$, де $MR = (p \cdot q)' = (10q - q^2)' = 10 - 2q,\ 4 = 10 - 2q \Rightarrow q^*_{мон} = 3,\ p^*_{мон} = 7.$

Втрати суспільства від монополії дорівнюватимуть:

$$S_{втр} = \frac{1}{2}|\Delta q| \cdot |\Delta p| = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 4{,}5.$$

За цих умов прибуток монополіста:

$$\pi_{мон} = q_{мон} \cdot p_{мон} - q_{мон} \cdot p_{конк} = 3 \cdot 7 - 3 \cdot 4 = 9.$$

Отже, втрати суспільства в даному випадку дорівнюють половині прибутку монополіста.

Задачі для самостійної роботи:

Задача 11.

Побудувати ізокванти для кожного рівня виробництва за даними таблиці. Знайти для будь-якої ізокванти граничну норму технологічної заміни працею капіталу.

L	K					
	100	200	300	400	500	
100	100	141	173	200	224	q
200	141	200	245	282	316	
300	173	245	300	346	447	
400	200	282	346	400	447	
500	224	316	387	447	500	

Задача 12.

Порахувати середній та граничний продукт (AP та MP) фірми, якщо є такі дані (таблиця). Коли починає діяти спадна економія від масштабу в даному випадку?

Кількість працівників x	Сукупний продукт $P(x)$
1	30
2	70
3	100
4	120
5	130

Задача 13.

Використовуючи дані з таблиці про витрати праці, капіталу та обсягу випуску, встановити:

а) характер економії від масштабу при переході від А до Б, від Б до В, та від В до Г.

б) чи є випадковим сповільнення темпів використання ресурсів у виробництві (графічно)?

	L	K	q
А	10	30	100
Б	20	60	300
В	30	90	450
Г	45	135	540

Задача 14.

Шляхом безпосереднього обчислення знайти еластичності виробництва ε і заміщення σ для таких виробничих функцій.

1) $F(x_1, x_2) = a_1 x_1 + a_2 x_2$ – лінійна ВФ;

2) ВФ Леонтьєва: $F(x_1, x_2) = \min\left\{\frac{x_1}{c_1}, \frac{x_2}{c_2}\right\}$;

3) ВФ Кобба-Дугласа: $F(x_1, x_2) = a x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$.

Задача 15.

Фірма сплачує **200** у.о. в день за оренду обладнання та **100** у.о. в день заробітної плати. При цьому вона використовує таку кількість праці та капіталу, що її граничні продукти, відповідно, дорівнюють **0,5** та **1**. Чи використовує фірма оптимальне поєднання факторів виробництва з точки зору мінімізації витрат?

.Задача 15.

Виробнича функція фірми дорівнює $q = K^{1/4} L^{3/4}$. Ціна капіталу **4** тис. гр. од., а ціна праці – **12** тис. гр. од. Яку кількість капіталу K та праці L повинна мати фірма для випуску **300** тис. од. продукції?

Задача 17.

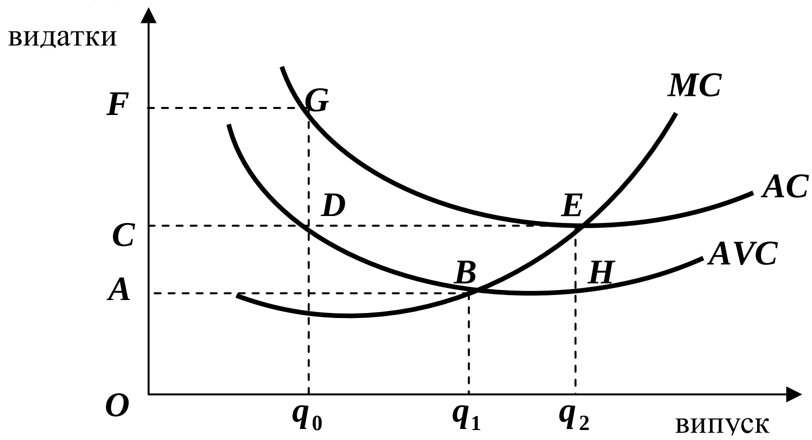
Підприємець, відмовившись від посади інженера із з/п **5** тис. євро/місяць, організував фірму, в якій використав свої заощадження в **15** тис. євро. Крім цього, для здійснення діяльності було залучено кредит у розмірі **50** тис. євро, з яких **30** тис. євро було використано на придбання обладнання, яке щорічно зношується на **20%**. Чому дорівнюватимуть економічні та бухгалтерські витрати фірми, якщо відсоток на кредит складає **20%**, а депозитна ставка – **12%**?

Задача 18.

Вивести функцію сукупних видатків для ВФ $q = F(x) = \sqrt{x_1} \cdot \sqrt{x_2}$. Знайти граничні видатки для цієї ВФ.

Задача 19.

Маємо малюнок. Дати відповіді на такі запитання:



1) Чому дорівнюють загальні змінні видатки при виробництві продукції в обсязі q_1?
2) Яка величина середніх загальних видатків при виробництві q_0?
3) Чому дорівнюють загальні видатки при виробництві q_2?
4) Чому дорівнюють загальні постійні видатки при q_0?
5) Яка величина середніх змінних видатків при виробництві продукції q_2?

Задача 20.

Нехай $q = F(K, L)$ – це ВФ, яка залежить від витрат капіталу і праці. Якщо ВФ є лінійно однорідною, то вона залежить лише від капіталоозброєності $k = \dfrac{K}{L}$. Введемо функцію $f(k) = F\left(\dfrac{K}{L},1\right) = \dfrac{Q}{L}$ – середня продуктивність праці. Знайти через функцію $f(k)$:

1) Граничну продуктивність праці (MP_L),
2) Граничну капіталовіддачу (MP_K),
3) Коефіцієнт еластичності за фондами ($MP_K \cdot \dfrac{K}{Q}$),
4) Еластичність за працею ($MP_L \cdot \dfrac{L}{Q}$)?

Задача 21.

Попит на ялинкові прикраси є конкурентним. Функція попиту дорівнює $Q_d = 200 - 10p$. Середні видатки типової фабрики з виробництва ялинових прикрас складають $AC_i = 5 + (q_i - 5)^2$. Яка кількість фабрик є характерною для даної галузі в довгостроковій перспективі?

Задача 22.

В перший рік своєї діяльності на ринку фірма за ціною $p_1 = 170$ гр. од. випустила $q_1 = 11$ од. продукції і отримала прибуток в розмірі $\pi_1 = 1100$ гр. од. В другому році ця фірма отримала прибуток $\pi_2 = 1\,320$ гр. од., при цьому вона продана $q_2 = 12$ од. продукції за ціною $p_2 = 190$ гр. од. В якій ринковій структурі діяла фірма? Що відбудеться з параметрами діяльності фірми в довгостроковому періоді?

Задача 23.

Фермер з'ясував, що якщо він не застосовує добрива, то він може отримати 30 ц врожаю з 1 га. Коли ж він використовує N кг добрив на 1 га, то $MP_N = 1 - \dfrac{N}{200}$. Ціна зерна 6 у.о. за 1 ц, а ціна добрива 3 у.о за 1 кг. Яку кількість добрив буде використовувати фермер для максимізації прибутку? Записати функцію залежності врожаю від кількості добрив. Сусід фермера володіє землею, котра приносить врожай вдвічі більший. Яку кількість добрив буде використовувати другий фермер (за інших рівних умов)?